

有効数字

大抵の実験ではいくつかの違った種類の測定がなされねばなりません、いくつかは他よりももっと精密になれるかもしれません。計算された結果は、計算に組み込まれる最も低い精度の情報以上に、精度が良くならないことは常識です。ここに有効数字の規則が入ってきます。密度を決めるために、アルミニウムに関する情報を集めた例を考えてみましょう。実験室の天秤は簡単に 4 桁の質量を求めさせてくれます (13.5g)。小片の長さや幅を測るために、良い物差しを使って、6.45cm と 2.50cm の寸法を得ました。厚みは 0.31cm でした。これら全ての数字は小数以下 2 桁ですが、有効数字は違っています。

値 0.31cm は有効数字が 2 桁です。この意味するところは 0.31 の 3 は正に真実で、1 は正確には分かっていないということです。別の方法で示さない限り、数の最後の桁は ± 1 の不確かさがあると仮定します。よって、厚みは 0.30 の小ささかもしれないし、0.32 の大きさかもしれません。一般に、科学的測定に示される数字は右の最後の桁の数字は不正確と見なし、左側の全ての数字は正確だと取ります。従って、密度実験で集めたデータはそれらが持つ有効数字の数が異なります。

これらのデータを組み合わせると、計算された密度は 7.2 g/cm^3 で、有効数字は 2 桁です。これは最小の確かさの情報以上に、計算結果は正確にはならないという前述の規則に従います。

測定値を使って計算をするとき、いくつかの簡単な規則に従わなければなりません、そうすると結果は計算に使った全ての測定の精度を反映することになります。

有効数字を決める指針

ルール 1. 測定で有効数字の桁数を決めるには、ゼロでない最初の数字から始めて、左より右に数を読み、そして全ての桁数を数えなさい。

例	有効数字の数
1.23g	3 桁
0.00123g	3 桁 ; 1 の左のゼロは単に小数点の位置を決めるだけです。混乱を避けるために、この形の数字を科学的表記法で表します ; よって $0.00123 = 1.23 \times 10^{-3}$ 。
2.0g および 0.020g	2 桁 ; 共に 2 個の有効数字を持ちます。数字が 1 より大きいと、小数点より右の全てのゼロが有効です。1 より小さい数字では最初の有効数字の右側のゼロだけが有効です。
100 g	1 桁 ; 小数点を含まない数字で、それが “引きずっている” ゼロは有効であったり、なかったりする。混乱を避けるためには、本書の演習ではゼロが有効なら小数点を入れる。よって 100 は有効数字が 3、ところが 100 は有効数字が 1 です。代わりに、科学的表記法で 1.00×10^2 (有効数字 3) あるいは 1×10^2 (有効数字は 1) と表します。科学的表記法では全ての数字が有効数字です。
100 cm / m	有効数字は無限、なぜならこれはある規定された量ですから
$\pi = 3.1415926 \dots$	π の値は計算で用いるどのデータよりも有効数字が大きいことが分かっています。

ルール 2. 足したり、引いたりする場合には、答えの小数点以下の桁数は最小の桁数の数字の小数点以下の数に等しくせねばなりません。

0.12	有効数字 2 桁	小数点以下 2 桁
1.6	有効数字 2 桁	小数点以下 1 桁
10.976	有効数字 5 桁	小数点以下 3 桁
12.696		

この答えは小数点以下 1 桁の 12.7 として報告されるべきです、なぜなら 1.6 が小数点以下 1 桁だからです。

ルール 3. 乗除では、答えの有効数字の桁数は最小の有効数字を持った量の桁数と同じです。

$$\frac{0.01208}{0.0236} = 0.512 \text{ or } 5.12 \times 10^{-1}$$

0.0236は有効数字が3桁で、0.01208は4桁ですから、答えは有効数字が3桁に限定されます。

ルール 4. 桁数に丸みをつける(有効数字の桁数を減らす)場合、4捨5入して有効数字の桁数にします。

全数	有効数字3桁に桁数を減らした数
12.696	12.7
16.249	16.2
18.35	18.4
18.351	18.4

有効数字と計算について最後に一言。電卓で問題を解く場合、電卓が持つ全ての桁数を使って計算し、最後に桁数を減らさねばなりません。途中で桁数を減らすと誤差を導入することになります。もし演習問題の解答が合わない場合、これが原因かもしれません。

例題 1.6 有効数字

本のあとの方(12章)で行われる計算例があります。

$$\text{気体の体積} = \frac{(0.120)(0.08206)(273.15 + 23)}{(230 / 760.0)}$$

最終解答を正しい有効数字の桁数で計算しなさい。

解： 第一段階として、式の各々の数字を分析します。

数字	有効数字の数	解説
0.120	3	後ろに付いた0は重要である。小数点の前にある0は重要ではない。科学表現では 1.20×10 とかけられる。規則1を見よ
0.08206	4	小数点のすぐ右に付いた0は重要ではない。科学表現では 8.206×10 とかけられる。規則1を見よ
$273.15 + 23 = 296$	3	23には小数点の位置がない。故に答えにも小数点がない。規則2を見よ
$230 / 760.0 = 0.30$	2	230は最後の0は重要でなく、小数点がないので有効数字2である。科学表現では、 2.3×10 である。対照的に760.0では小数点があり、有効数字は4である。わり算の結果は有効数字2でなければならない。規則1と3を見よ。

その分析から、既知量の部分の一つの有効数字が2であることがわかります。ゆえに、答えは有効けた数2を持つ数字で、気体の体積 = 9.6でなければなりません。(この場合、答えはリットルの単位ですが、今は重要ではありません。)

演習問題

教科書、p 53, 50 nに関する式を解き、正しい桁数の有効数字で答えを示しなさい。

$$(36.3 / 760.0) (75.0) = n (0.0821) (298.3)$$

$$n = (36.3 \times 75.0) / (760.0 \times 0.0821 \times 298.3)$$

36.3, 75.0, 0.0821 有効数字3桁

760.0, 298.3 有効数字4桁

$n = 0.146$ 有効数字3桁

$PV = nRT$: 理想気体の圧力・体積・温度の関係、nはモル数